

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**ВЫБОР СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ**

В.П. Деливеров, ст.препод., ПГТУ

Возникнув три десятилетия тому назад на стыке вычислительной математики и теоретической гидромеханики, вычислительная гидродинамика (англ. Computational Fluid Dynamic - CFD) прошла большой путь и к настоящему времени оформилась как обособленный раздел науки, предметом которого является численное моделирование различных течений жидкости и газа и решение возникающих при этом задач при помощи методов, основанных на использовании компьютерных систем. Этот раздел науки, имеющий большое прикладное значение, продолжает свое интенсивное развитие.

В наиболее общем случае для задачи газовой динамики требуется решить систему из четырех независимых уравнений, которая носит название *системы уравнений Навье-Стокса*:

1. Уравнение неразрывности (сохранения массы):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} = 0.$$

2. Уравнение количества движения (сохранения импульса):

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} \otimes \vec{V} = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} + \vec{S}_M,$$

$$\vec{\tau} = \mu \left[ \nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot \vec{V} \right],$$

$\delta$  - дельта-функция Кронекера.

3. Уравнение энергии (сохранения энергии)

$$\frac{\partial \rho h_{\text{tot}}}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} h_{\text{tot}} = \nabla \cdot \lambda \nabla T + \nabla \cdot \vec{V} \cdot \vec{\tau} + \vec{V} \cdot \vec{S}_M + S_E$$

$$h_{\text{tot}} = h_{\text{stat}} + \frac{\vec{V}^2}{2}, \quad h_{\text{stat}} = h_{\text{stat}}(T, p).$$

4. Уравнение состояния:  $\rho = \rho(T, p)$ .

где  $p$  - давление;  $\rho$  - плотность;  $V$  - скорость;  $T$  - температура;  $t$  - время;  $h_{\text{tot}}$  - полная энтальпия;  $h_{\text{stat}}$  - статическая энтальпия;  $S_M$  - источниковый член для импульса;  $S_E$  -

источниковый член для энергии;  $\mu$  - коэффициент динамической вязкости;  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности.

Система уравнений Навье-Стокса образуют законченную математическую модель поведения жидкости (газа), детально и строго описывающую практически весь спектр течений. Однако на практике к ней необходимо добавить уравнения (совокупность эмпирических и иных соотношений) для модели турбулентности, чтобы система в целом могла быть решена. Следует отметить тот факт, что подавляющее большинство CFD-кодов, реализованных в программах, основано на использовании МКО в различных вариациях. Среди доступных для численных расчетов моделей турбулентности имеются: 1. Модели вихревой вязкости: Однопараметрическая модель Колмогорова-Прандтля. Стандартная  $k-\varepsilon$  модель. RNG  $k-\varepsilon$  модель. Стандартная  $k-\omega$  модель. Зонная BSL  $k-\omega$  модель. Зонная SST  $k-\omega$  модель. Модель  $k-\varepsilon_{IE}$  2. Модели напряжений

Рейнольдса: Изотропная модель Launder-Reece-Rodi (LRR Reynolds Stress). Квазиизотропная модель Launder-Reece-Rodi (QI Reynolds Stress). Модель Speziale-Sarka-Gatski (SSG Reynolds Stress). Модель SMC (Omega Reynolds Stress), Модель BSL-RSS. Переходная модель ANSYS CFX Transition Model. 3. Вихревые модели: Модель крупных вихрей LES. Модель дискретных вихрей DES. Модель адаптивного масштаба SAS.

Классификация проведена по двум параметрам - вязкости и плотности. Несжимаемые течения, как правило, ассоциируются с течениями, скорость которых мала по сравнению со скоростью звука. Наоборот, для сжимаемых течений ( $M > 0,1$ , либо разница температур в потоке велика) требуется рассмотреть полное уравнение неразрывности и учитывать полное уравнение энергии.

Для течений у хорошо обтекаемых тел эффекты вязкости существенны лишь в тонких пограничных слоях, расположенных в непосредственной близости к поверхности тела. При ненулевой теплопроводности перенос тепла также определяется лишь течением в (тепловом) пограничном слое. Для течений с большими числами Рейнольдса вязкость не способна подавить возмущения, которые могут возникать внутри пограничного слоя. Следовательно, чтобы получить осредненные по времени параметры течения, требуется ввести некоторые эмпирические параметры, учитывающие турбулентность потока.

Обычно для описания отрывных течений необходимо решать полную систему уравнений Навье-Стокса для сжимаемой и несжимаемой жидкостей.

Приведенные выше соображения позволяют сильно упростить решение задачи при соответствующих обоснованных допущениях. Однако даже в подобных идеализированных случаях точное математическое решение существует только для простых тел (пластина, сфера, цилиндр, клин).

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ АКУСТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ КИСЛОРОДНЫХ ФУРМ КОНВЕРТЕРА

В.П. Деливеров, ст.препод., ПГТУ

Установка состояла из экспериментального стенда, системы воздухообеспечения, акустической измерительной системы. Измерительная система акустики состояла из микрофона МК-301 фирмы RFT, блока питания, анализатора спектра радиочастот СКЧ-58, самописца НЗ38-4П.

Исследования проводилось на конических соплах с диаметром выходного сечения  $d_a = (5 - 9)10^{-3}$  м, число Маха сопел составило:  $Ma = 1 - 2,3$ , давление воздуха в ресивере  $P_0$  менялось в диапазоне 0-1 МПа. Для акустических измерений использовался четвертьдюймовый конденсаторный микрофон МК-301 (Германия), установленный на срезе сопла. Сигнал с микрофона подавался на анализатор спектра СК4-56. Шум струи измерялся в диапазонах (80-180) дБ, (0 - 100) кГц. Погрешность измерений по частоте составила 1 %, по уровню шума до 2 %. На Рис.1 и 2 представлены данные зависимости частоты излучения от нерасчетности и давления в виде графиков.

Нерасчетность истечения  $\mu_a$

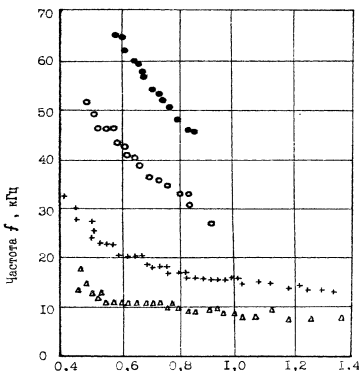


Рис. 1 - Изменение частоты при изменении нерасчетности:  $\Delta$  - для первого широкополосного пика;  $+$  - для второго пика дискретного излучения;  $o$  - для третьего пика на частоте 30 - 40 кГц;  $\bullet$  - для четвертого пика на высших частотах